

این کتاب به همت موسسه فرهنگی آموزشی الوند قله افتخار آموزش تألیف گردیده است.

عنوان کتاب: ریاضی کلاس ششم جلد ۲

نام نویسنده و جمع آوری کننده: حسین نظری

طراح قالب صفحه: معصومه توانگر

صفحه آرای: معصومه توانگر

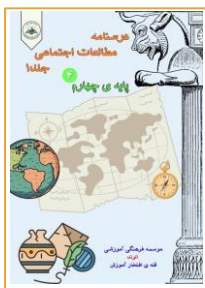
تایپ: معصومه توانگر

طراح جلد: مهدیه اکبری

مصحح: حسین نظری

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر متعلق به موسسه فرهنگی آموزشی الوند قله افتخار آموزش است و هر گونه کپی برداری از آن شرعاً و قانوناً مجاز نمی باشد.

محصولات دیگر:





بسم الله الرحمن الرحيم

آغاز سخن با سپاس از مادر این خانه ی علم، سرکار خانم زهرا جهان میرزایی؛ که چراغ نخستین را با تأسیس مدرسه سوفیا برافروخت و ریشه ی هر چه امروز «آلوند قله ی افتخار آموزش» دارد، از همان روشنایی ست.

ما ایمان داریم دانایی از تمرین پیوسته و همراهی دلگرم کننده می روید؛ این مجموعه به نیت ساده ای پدید آمده است، سبک تر شدن بار تکلیف از دوش خانواده ها و انتقال بخش بزرگ تمرین ها به کلاس و مدرسه و در نظر گرفتن شرایطی که آموزش، حتی در روزهای تعطیلی و آشفتگی، از تپش نایستد و کتاب، یار همیشگی کودک بماند. ما باور داریم که «اندک اندک» است که «دریا» می شود؛ هر صفحه، جرعه ای از یادگیری ست و هر تمرین، گامی به سوی آرامش فهم.

این کار را بهانه ی نام آوری و طمطراق نکرده ایم؛ ما، سهم خود را چنین فهمیده ایم، موروار پای ملخ پیش سلیمان آوردن؛ هدیه ای کوچک به پیشگاه بزرگ تعلیم و تربیت. اگر این صفحات توانست شوق دانستن را برافروزد، آسودگی خانه ها را بیشتر کند و دست معلم را در کلاس گرم تر؛ مقصود حاصل است.

پس این دفترها، میان خانه و مدرسه پلی استوار می سازد؛ تا دل سوزی والدین با تدبیر معلم درآمیزد و ثمر آن، کودکی باشد که آرام می آموزد و استوار می بالد. به نام خدا، با دعای مادر، تلاش همکاران در تالیف، جمع آوری و طراحی و با امید فردایی روشن برای کودکان این سرزمین، این مجموعه را پیشکش می کنیم؛ باشد که در هر پایه و هر درس، راه را کوتاه تر و دل را گرم تر کند.

کاظم ساوجی پور

باقر ساوجی پور



فصل ۵

- طول و سطح ۱
- حجم و جرم ۷
- مساحت دایره ۱۲
- خط و زاویه ۱۶

فصل ۶

- کسر، نسبت و تناسب ۲۳
- درصد ۲۸
- کاربرد درصد در محاسبات مالی ۳۲
- کاربرد درصد در آمار و احتمال ۳۶

فصل ۷

- تقریب ۴۰
- اندازه گیری محاسبات تقریبی ۴۲



فصل ۵

اندازه گیری

می دانیم که برای اندازه گیری مقداری از هر چیز، نیاز به واحد داریم. برای مثال برای اندازه گیری قد یک انسان از واحد متر یا سانتی متر و برای اندازه گیری سنگینی یک جسم، از واحد گرم یا کیلوگرم استفاده می کنیم، معنی کلمات زیر را یاد بگیرید:

کیلو یعنی هزار؛ مثال: کیلوگرم یعنی هزار گرم - کیلومتر یعنی هزار متر

دسی یعنی یک دهم؛ مثال: دسی متر یعنی یک دهم متر.

سانتی یعنی یک صدم؛ مثال: سانتی متر یعنی یک صدم متر.

میلی یعنی یک هزارم؛ مثال: میلی متر یعنی یک هزارم متر - میلی گرم یعنی یک هزارم گرم.

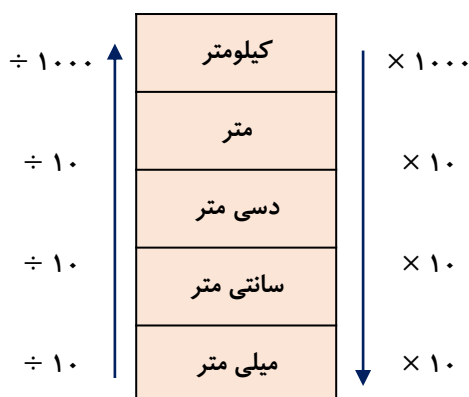
- میلی لیتر یعنی یک هزارم لیتر که معادل یک سی سی یا یک سانتی متر مکعب است.

در جدول زیر واحدهایی را که به طور معمول از آن ها استفاده می کنیم، بیان شده است.

واحد اندازه گیری (از کوچک به بزرگ)	
طول	میلی متر - سانتی متر - دسی متر - متر - کیلومتر
سطح (مساحت)	میلی متر مربع - سانتی متر مربع - دسی متر مربع - متر مربع - هکتار - کیلومتر مربع
حجم	میلی لیتر (سانتی متر مکعب یا سی سی) - لیتر (دسی متر مکعب) - متر مکعب
جرم	گرم - کیلوگرم - تُن
زاویه	درجه
زمان	ثانیه - دقیقه - ساعت - روز - هفته - ماه - سال - قرن

تبدیل واحد های طول

با استفاده از جدول زیر به راحتی می توان واحدهای طول را تبدیل کرد.



مثال: $\frac{3}{4}$ متر، چند سانتی متر است؟

پاسخ: با استفاده از جدول می دانیم که هر متر ۱۰۰ سانتی متر است و برای تبدیل از واحد بزرگ (متر) به واحد کوچک (سانتی متر) باید از عمل ضرب استفاده کنیم.

$$۱۰۰ \times \frac{3}{4} = ۳۴۰ \text{ سانتی متر}$$

روش دیگر تبدیل واحد ها، استفاد ها از جدول تناسب است:

مثال: ۱۷ متر چند کیلو متر است؟

پاسخ:

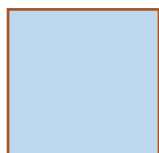
$$۱۷ \div ۱۰۰۰ = ۰/۰۱۷ \text{ کیلومتر}$$

متر	۱۰۰۰	۱۷
کیلومتر	۱	؟

برای تبدیل واحد بزرگ به واحد کوچک از عمل ضرب و برای تبدیل واحد کوچک به واحد بزرگ از عمل تقسیم استفاده می شود. (واحد کیلومتر از واحد سانتی متر بزرگ تر است).
یعنی یک کیلومتر ۱۰۰۰۰۰ سانتی متر است.

واحدهای سطح (مساحت)

۱ سانتی متر



می دانیم که مساحت مربع، برابر است با یک ضلع ضرب در خودش.

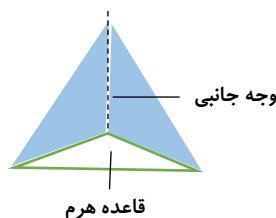
اگر مربعی به ضلع یک سانتی متر داشته باشیم. مساحت آن برابر است با ۱ سانتی متر مربع.

برای اندازه گیری مساحت مزرعه ها، پارک ها و جنگل ها از واحد بزرگ تری به نام هکتار استفاده می شود. یک هکتار، مساحت مربعی است که اندازه هر ضلع آن ۱۰۰ متر است.

برای اندازه گیری سطح های بزرگ تر مانند مساحت شهرها، کشورها، قاره ها و اقیانوس ها از واحد بزرگ تری به نام کیلومتر مربع استفاده می شود. یک کیلومتر مربع، مساحت مربعی است که اندازه ی هر ضلع آن یک کیلومتر یا ۱۰۰۰ متر است.

حجم و جرم

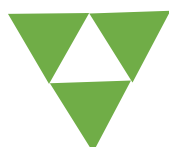
به شکل مقابل هرم می گویند.



قاعده ی هرم، یک چند ضلعی است (مانند: مثلث، مربع، مستطیل، پنج ضلعی و ...)

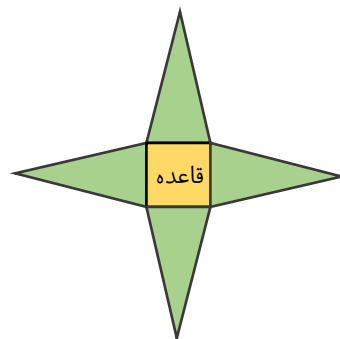
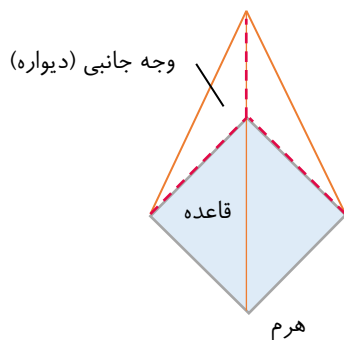
به هر یک از سطح های تشکیل دهنده ی هرم، یک وجه می گویند.

گسترده ی هرم بالا به صورت مقابل است.

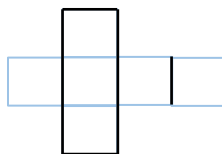
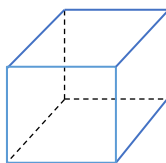


اگر گسترده هرم از چهار مثلث متساوی الاضلاع هم اندازه تشکیل شده باشد، به آن چهار وجهی منتظم هم گفته می شود. هرم یک شکل فضایی (چند وجهی) است که همه ی وجه های آن به جز یکی از آن ها درر یک راس مشترک هستند.

شکل زیر نوع دیگری از هرم و گسترده ی آن را نشان می دهد.



شکل زیر، یک مکعب و گسترده ی آن را نشان می دهد.



$$\text{ضلع} \times \text{ضلع} \times \text{ضلع} = \text{حجم مکعب}$$

$$\text{ضلع} \times \text{ضلع} \times 6 = \text{مساحت گسترده ی مکعب (مساحت کل مکعب)}$$



۱- مساحت یک زمین کشاورزی که به شکل مربع است ۴۹ هکتار است. طول این زمین چقدر است؟

۲- در اتاقی به طول ۶ متر و عرض $\frac{۲}{۵}$ متر، فرضی به طول ۶۰ متر دسی متر و عرض ۲۰ دسی متر پهن کرده ایم. چند میلی متر مربع از کف اتاق خالی مانده است؟

۳- ۱۲۵۰۰۰۰ سانتی متر مربع چند هکتار است؟

۴- $\frac{۰}{۳۵}$ متر مربع، چند میلی متر مربع است؟

۵- دو دسی متر چه کسری از یک متر است؟

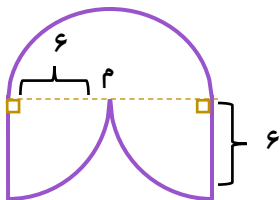
۶- مریم مداد مشکی، مداد قرمز و پاک کن خود را پشت سر هم روی میز قرار داد و سپس طول ایجاد شده را اندازه گرفت. اگر طول مداد مشکی ۲۰۰ میلی متر، طول مداد قرمز $\frac{۰}{۱۵}$ متر و طول پاک کن ۵ سانتی متر باشد، طولی که مریم اندازه گیری کرده است، چند متر است؟

۷- آقای روحی از زمین مستطیل شکلش ۹۴۰۰ کیلوگرم جو برداشت کرده است. اگر او از هر هکتار زمینش ۲۰۰ کیلوگرم جو برداشت کرده باشد و عرض زمین او ۲۵۰ متر باشد، طول این زمین چند متر است؟

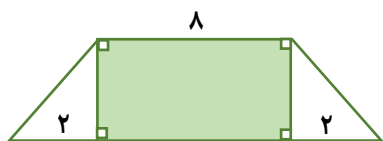
۸- یک چهارم زمینی را گوجه فرنگی، یک هشتم آن را سیب زمینی و یک دوم آن را پیاز کاشته ایم. اگر مساحت زیر کشت نرفته برابر ۳۰ هکتار باشد، کل زمین چند هکتار است؟

۹- مساحت مستطیلی با عرض $9/5$ سانتی متر برابر $244/15$ سانتی متر مربع است. طول مستطیل چند سانتی متر است؟

۱۰- محیط شکل زیر چقدر است؟ (عدد پی $= 3/14$ و «م» مرکز نیم دایره است و دو شکل کوچک ربع دایره هستند).

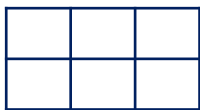


۱۱- در شکل زیر اگر مساحت قسمت رنگی 48 باشد، مساحت کل دوزنقه چقدر است؟



۱۲- مساحت یک زمین مستطیل شکل به ابعاد 200 و 500 سانتی متر، چند هکتار است؟

۱۳- در شکل زیر با 6 مربع یکسان یک مستطیل ساخته ایم. محیط 6 مربع روی هم برابر 72 سانتی متر است. مساحت مستطیل چند سانتی متر مربع است؟



۱۴- آقای رمضانی می خواهد دور باغچه ای مستطیل شکل به ابعاد 6 و 9 متر را با موزاییک های مربع شکل به ضلع 30 سانتی متر از داخل بپوشاند. او چند عدد موزاییک لازم دارد؟

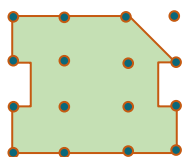
۱۵- 170 سانتی متر مربع برابر است با متر مربع.

۱۶- اگر مساحت مربع و مستطیل زیر برابر باشند، عرض مستطیل چقدر است؟

۱۶- اگر مساحت مربع و مستطیل زیر برابر باشند، عرض مستطیل چقدر است؟



۱۷- مساحت شکل زیر کدام است؟ (فاصله هر دو نقطه مجاور یک واحد است.)



۱۸- در جاهای خالی عدد مناسب قرار دهید.

- الف) ۳ دسی متر = میلی متر
 ب) ۱ کیلومتر مربع = هکتار
 ج) ۱/۲ سانتی متر = متر
 د) ۱۰/۲ سانتی متر = دسی متر

۱۹- می خواهیم استخری به شکل مکعب مستطیل را با طول، عرض و ارتفاع ۵، ۴ و ۳ متر رنگ کنیم. اگر برای هر متر مربع ۲ کیلوگرم رنگ نیاز داشته باشیم. در کل چند کیلوگرم رنگ نیاز داریم؟

۲۰- در هر کدام از موارد زیر بنویسید کدام مقدار را اندازه می گیریم یا با چه واحدی اندازه می گیریم.

- الف) مقدار آب یک لیوان (متر مربع - لیتر)
 ب) دور کمر (سطح - طول)
 ج) زیربنای ساختمان (سطح - حجم)
 د) ارتفاع یک برج (حجم - طول)

۲۱- مساحت مستطیلی ۱۲ هکتار و عرض آن ۰/۲۵ کیلومتر است. طول این مستطیل چند متر است؟



یک متر مکعب، حجم مکعبی است که اندازه ی هر ضلع آن یک متر باشد.

یک دسی متر مکعب (یا یک لیتر)، حجم مکعبی است که اندازه ی هر ضلع آن یک دسی متر یا سانتی متر باشد، این واحد برای اندازه گیری حجم مایعات بسیار مورد استفاده قرار می گیرد.

یک سانتی متر مکعب، حجم مکعبی است که اندازه ی هر ضلع آن یک سانتی متر باشد، نام های دیگر این «میلی متر» و «سی سی» واحد است.

واحد حجم

برای تبدیل واحدهای حجم می توان از دو روش ضرب و جدول تناسب استفاده کرد.

مثال: $\frac{3}{2}$ متر مکعب برابر چند لیتر است؟

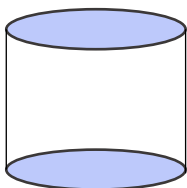
پاسخ: روش ۱: می دانیم که هر متر مکعب مساوی ۱۰۰۰ لیتر است؛ پس: $\frac{3}{2} \times 1000 = 1500$ لیتر

روش ۲: استفاده از جدول تناسب

۱	$\frac{3}{2}$
۱۰۰۰	؟

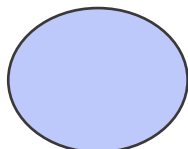
متر مکعب
لیتر

$$؟ = \frac{1000 \times \frac{3}{2}}{1} = 1500 \text{ لیتر}$$



شکل مقابل یک استوانه است.

استوانه ی مقابل را اگر از بالا نگاه کنیم، یک دایره می بینیم و اگر از راست یا رو به رو نگاه کنیم، یک مستطیل می بینیم.



واحد های اندازه گیری جرم: واحدهای معمول اندازه گیری جرم از کوچک به بزرگ، عبارتند از:

میلی گرم - گرم - کیلوگرم - تن

جدول مقابل رابطه ی بین این واحد ها را نشان می دهد.

$\div 1000$	تن	$\times 1000$
$\div 1000$	کیلوگرم	$\times 1000$
$\div 1000$	گرم	$\times 1000$
$\div 1000$	میلی گرم	$\times 1000$

واحد میلی گرم، واحد بسیار کوچکی است و به طور معمول در صنایع داروسازی مورد استفاده قرار می گیرد، یعنی هر تن، مساوی ۱۰۰۰۰۰۰ گرم است.
جرم یک سی سی آب تقریباً یک گرم است و چون یک لیتر مساوی ۱۰۰۰ سی سی است. بنابراین جرم یک لیتر آب معادل ۱۰۰ گرم یا یک کیلوگرم است.

نمونه سوالات

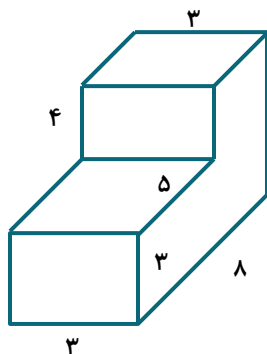


۱- اگر بدانیم در یک مکعب مستطیل، طول ۲ برابر عرض و عرض $\frac{1}{5}$ برابر ارتفاع باشد و ارتفاع مکعب مستطیل برابر ۴ سانتی متر باشد، حجم مکعب مستطیل چند سانتی متر مکعب است؟

۲- $\frac{2}{3}$ استخری پر از آب است. اگر ۸۰۰۰ دسی متر مکعب از آب آن را خالی کنیم. آب استخر نصف استخر گنجایش استخر خواهد شد. گنجایش استخر چند متر مکعب است؟

۳- $\frac{6}{2}$ میلی متر دسی متر و $\frac{8}{3}$ دسی متر مکعب سانتی متر مکعب است.

۴- حجم شکل زیر چند دسی متر مکعب است؟ (اعداد روی شکل به سانتی متر هستند).

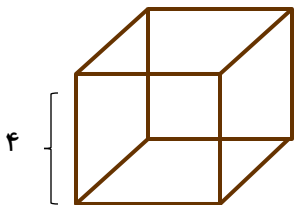


۵- در چند تا از جمله های زیر، واحد و اندازه ی مناسب به کار رفته است؟

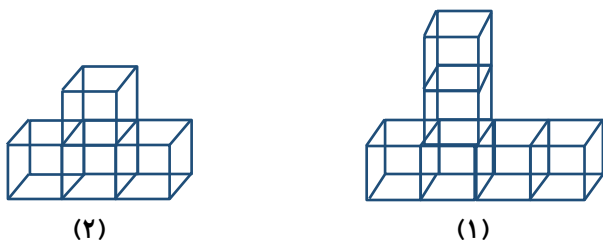
- مساحت میز معلم، $\frac{5}{6}$ مترمربع است.
- قطر دکمه ی لباس، ۱۰ میلی متر مربع است.
- مساحت حیاط مدرسه ی علی ۳۸۰ متر مربع است.

۶- گنجایش یک حوض ۲۴۰ لیتر است. اگر هر دقیقه ۲/۵ لیتر آب وارد حوض شود، حوض در چند دقیقه پر می شود؟

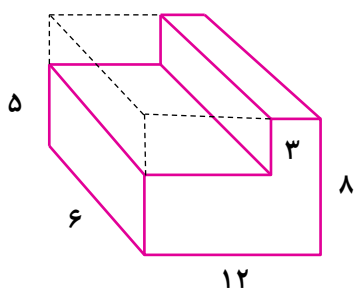
۷- فرض کنید مکعب رو به رو را داریم. اگر در هر مرحله مکعب مستطیلی با ابعاد ۱، ۲ و ۳ متر از آن برداریم. بعد از سه مرحله حجم شکل باقی مانده چند متر مکعب است؟



۸- اگر حجم هر یک از مکعب های کوچک ۰/۰۰۲ مکعب باشد، حجم هفتمین شکل از این الگو چند سانتی متر مکعب می تواند باشد؟

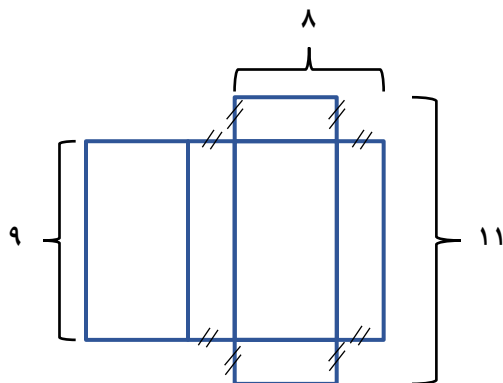


۹- با برداشتن مکعب مستطیل کوچک از گوشه ی چپ بالای مکعب مستطیل بزرگ، چه کسری از حجم مکعب مستطیل کاهش می یابد؟



۱۰- حوضی به شکل مکعب مستطیل و به اضلاع ۳، ۴ و ۱/۵ متر داریم. این حوض خالی است و می خواهیم آن را با شیر آبی که هر دقیقه ۶۰ لیتر آب از آن وارد این حوض می شود، پر کنیم چند ساعت طول می کشد تا حوض پر شود؟

- ۱۱- اگر شکل زیر گسترده ی یک مکعب مستطیل باشد، حجم آن چند سانتی متر است؟ (ابعاد به سانتی متر هستند و اضلاع مشخص شده با هم برابرند).



- ۱۲- با ۶۰ سانتی متر سیم، یک مکعب می سازیم. حجم این مکعب چند دسی متر مکعب است؟

- ۱۳- حجم مکعب مستطیلی به ابعاد ۵، ۸ و ۳ میلی متر، چند سانتی متر مکعب است؟

- ۱۴- سوالات زیر را با ذکر دلیل پاسخ دهید.

الف) ۲ کیلوگرم سیب سنگین تر است یا ۳۵۰ گرم آلبالو؟ چرا؟

ب) جرم یک سی را ترازویی دیجیتالی، ۱۳/۶ نشان می دهید، دقت این ترازو چقدر است؟ چرا؟

پ) ۱۲ ساعت طولانی تر است یا ۴۶۸۰۰ ثانیه؟ چرا؟

- ۱۵- جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید.

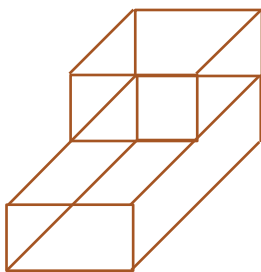
الف) هر لیتر سانتی متر مکعب است.

ب) یک لیتر برابر مقدار آبی است که درون مکعبی به طول، عرض و ارتفاع سانتی متر جا می شود.

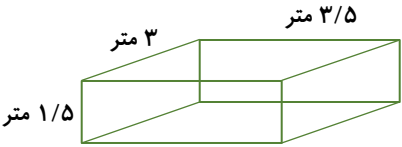
ج) ۳/۵ لیتر برابر است با میلی لیتر.

د) $2\frac{1}{3}$ لیتر برابر است با سی سی.

- ۱۶- حجم شکل زیر را به دست آورید.



۱۷- گنجایش شکل زیر چند متر مکعب است؟





مساحت دایره

شکل مقابل یک دایره را نشان می دهد.

« م » نقطه ی مرکز دایره است.

« م س » پاره خط شعاع دایره است.

« ف ب » پاره خط قطر دایره است.

دایره دارای بی شمار شعاع و بی شمار قطر است.

شعاع های دایره با هم برابر و قطرهای دایره نیز با هم برابرند.

اندازه ی هر قطر دو برابر شعاع است، یعنی اندازه ی شعاع نصف قطر است.

$$\text{محیط دایره} = \frac{3}{14} \times \text{قطر}$$

$$\text{مساحت دایره} = \frac{3}{14} \times \text{شعاع} \times \text{شعاع}$$

عدد $\frac{3}{14}$ را عدد پی می گویند. (البته این عدد مقدار تقریبی عدد پی است.)



مثال: مساحت نیم دایره ی شکل مقابل را حساب کنید.

شعاع ۱۰ سانتی متر

$$10 \times 10 \times \frac{3}{14} = 314 \text{ سانتی متر مربع}$$

$$314 \div 2 = 157 \text{ سانتی متر مربع}$$

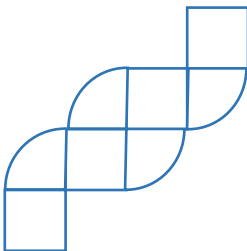
پاسخ: مساحت دایره ی کامل :

مساحت نیم دایره:

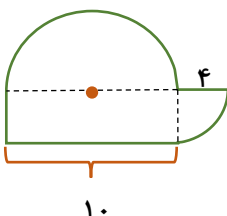
نمونه سوالات



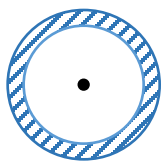
۱- مساحت شکل زیر کدام است؟ (عدد پی $= \frac{3}{14}$ ، کمان ها ربع دایره و چهارضلعی ها مربع هستند.)



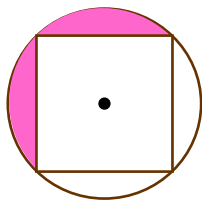
۲- مساحت شکل زیر برابر است با: (عدد پی را ۳ در نظر بگیریم و کمان ها نیم دایره و ربع دایره هستند.)



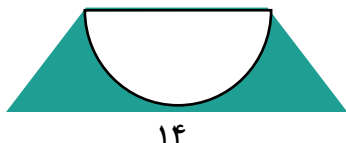
۳- در شکل زیر قطر دایره ی بزرگ ۲۰ میلی متر و قطر دایره کوچک ۱۴ میلی متر است. مساحت بخش هاشور خورده چند میلی متر مربع است؟ ($\frac{3}{14} = \text{عدد پی}$)



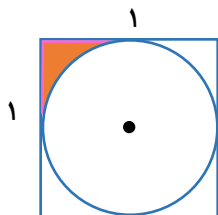
۴- در شکل زیر مساحت قسمت رنگی چند میلی متر مربع است؟ (قطر مربع ۲۰ میلی متر است.) ($\frac{3}{14} = \text{عدد پی}$)



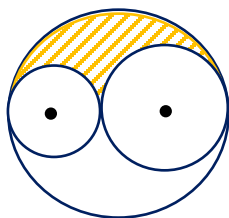
۵- در شکل رو به رو مساحت قسمت رنگی چقدر است؟ ($\frac{3}{14} = \text{عدد پی}$ و کمان نیم دایره است.)



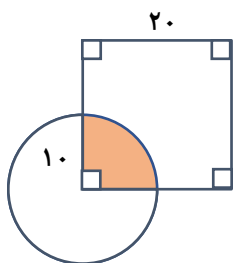
۶- در شکل زیر مساحت قسمت رنگی چقدر است؟ ($3 = \text{عدد پی}$)



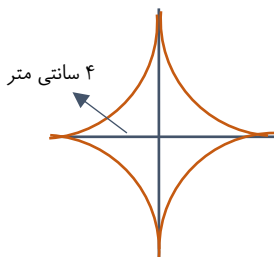
۷- در شکل زیر سه دایره روی خط راست و دایره ها دو به دو مماس بر هم هستند. شعاع بزرگ ترین دایره، ۶ سانتی متر و شعاع دایره ی متوسط ۵ سانتی متر است. مساحت قسمت رنگ شده کدام است؟ ($3 = \text{عدد پی}$)



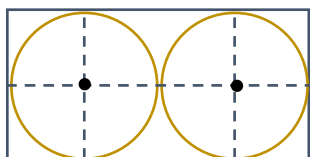
- ۸- در شکل زیر ضلع مربع ۲۰ سانتی متر و شعاع دایره ۱۰ سانتی متر است. مساحت قسمت رنگ نشده کدام است؟
(راس مربع منطبق بر مرکز دایره و عدد پی ۳/۱۴ است.)



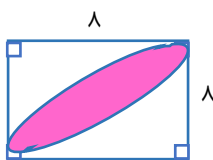
- ۹- مساحت شکل زیر چند سانتی متر مربع است؟ (۳ = عدد پی) (کمان ها ربع دایره هستند.)



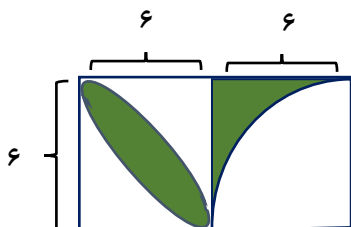
- ۱۰- دو دایره یکسان به صورت زیر داخل یک مستطیل قرار گرفته اند. اگر مجموع مساحت دو دایره ۱۵۰ سانتی متر مربع باشد، مساحت مستطیل چند سانتی متر مربع است؟ (۳ = عدد پی)



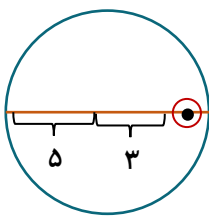
- ۱۱- مساحت ناحیه ی رنگی چقدر است؟ (۳ = عدد پی) (کمان، ربع دایره است.)



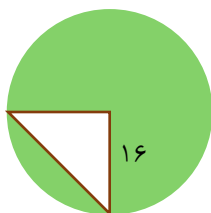
- ۱۲- با توجه به اندازه های داده شده مساحت قسمت رنگ شده چقدر است؟ (۳ = عدد پی) (کمان، ربع دایره است.)



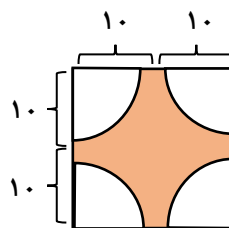
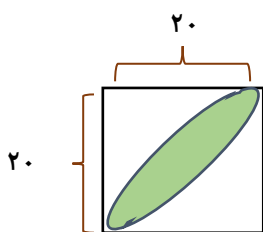
۱۳- در شکل مقابل نسبت مساحت دایره ی کوچک به مساحت دایره ی بزرگ کدام است؟ (مرکزهای دو دایره روی یک خط هستند.)



۱۴- مساحت قسمت رنگی کدام است؟



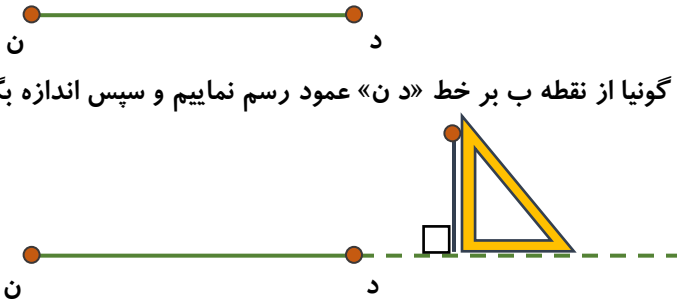
۱۵- مساحت قسمت های رنگ شده را بیابید. ($\frac{3}{14} =$ عدد پی) (کمان های رسم شده در هر دو شکل، ربع دایره هستند.)





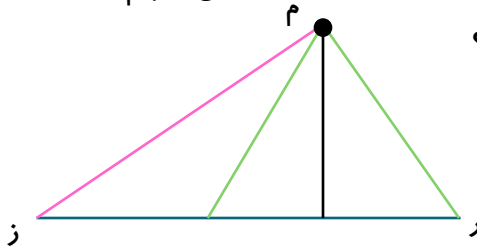
نکته: گاهی وقت ها اگر بخواهیم فاصله ی یک نقطه تا یک پاره خط یا نیم خط را به دست بیاوریم باید پاره خط یا نیم خط را امتداد دهیم و سپس از نقطه بر پاره خط یا نیم خط عمود رسم نماییم و سپس اندازه را به دست بیاوریم.

مثال: می خواهیم فاصله نقطه «ب» را از پاره خط «د ن» به دست بیاوریم.
برای به دست آوردن فاصله ی نقطه تا پاره خط و نیم خط باید با گونیا از آن نقطه بر پاره خط عمود کنیم.

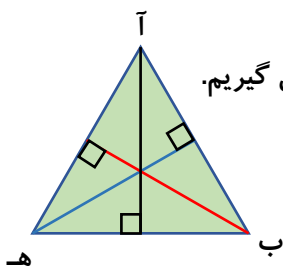


باید پاره خط «د ن» را امتداد دهیم و سپس با گونیا از نقطه ب بر خط «د ن» عمود رسم نماییم و سپس اندازه بگیریم.

بعد از این که از نقطه بر خط عمود کردیم با استفاده از خط کش فاصله نقطه تا خط را اندازه می گیریم.
سوال: کدام خط فاصله نقطه «م» را از پاره خط «ر ز» نشان می دهد؟



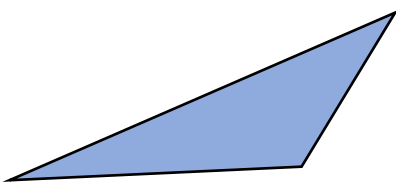
پاسخ: خط سیاه رنگ فاصله نقطه م را از پاره خط «ر ز» نشان می دهد زیرا این خط از نقطه م بر پاره خط «ر ز» عمود شده است.



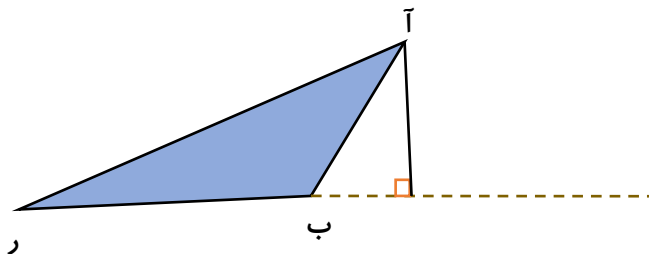
روش تعیین فاصله راس یک مثلث تا ضلع مقابل آن:

- از هر کدام از راس های مثلث بر ضلع مقابل عمود رسم می نماییم و آن را با خط کش اندازه می گیریم.
- این پاره خط رسم شده، اندازه فاصله راس تا ضلع روبرو می باشد.
- این پاره خط در واقع ارتفاع و ضلعی که بر آن عمود شده قاعده مثلث نیز می باشد.
- هر مثلث می تواند ۳ ارتفاع و ۳ قاعده داشته باشد.

سوال: چگونه می توانیم فاصله راس «آ» را از ضلع «ب ر» حساب کنیم.

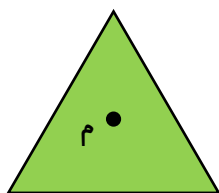


پاسخ: در این حالت باید ضلع (ب ر) را امتداد دهیم و سپس از راس (آ) بر آن عمود رسم نماییم. این خط بر ضلع «ب ر» عمود است و یکی از ۳ ارتفاع مثلث می باشد و فاصله راس (آ) را از ضلع «ب ر» نشان می دهد.

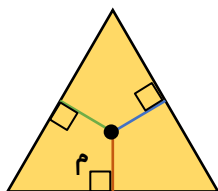


نکته: قاعده نظیر ارتفاع رسم شده ضلع «ب ر» می باشد و مقدار امتداد شده جز قاعده محسوب نمی شود.

برای به دست آوردن فاصله ی یک نقطه درون مثلث اط سه ضلع مثلث باید از آن نقطه بر سه ضلع مثلث عمود رسم نماییم و سپس فاصله نقطه تا هر کدام از اضلاع مثلث را با خط کش اندازه بگیریم.



می خواهیم فاصله نقطه «م» را تا سه ضلع مثلث مشخص کنیم. به این صورت عمل می کنیم:

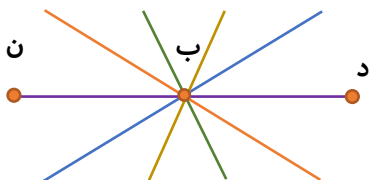


عمود منصف و نکات مربوط به آن

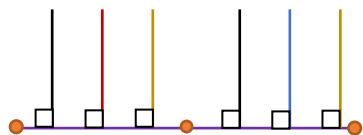
پاره خط «د ن» و نقطه «ب» که وسط این پاره خط می باشد را در نظر بگیرید.



از نقطه ی «ب» که نقطه وسط پاره خط می باشد، خطوط بسیاری می توانند بگذرند. مانند خطوط زیر:

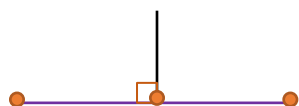


خطوط بسیار زیادی را نیز می توان بر پاره خط «د ن» عمود کرد.



اما نقطه ب تنها یک خط می توان رسم کرد که بر پاره خط «د ن» عمود باشد.

به این خط **عمود منصف** پاره خط می گویند.

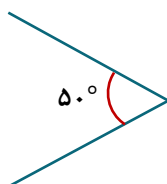


اگر پاره خط «د، ن» و عمود منصف آن را روی یک کاغذ رسم نماییم و از محل عمود منصف تا بزنییم، دو نقطه «د، ن» دقیقاً روی هم منطبق می شوند و یکی از راه های تشخیص عمود منصف یک پاره خط همین روش می باشد. شما دانش آموزان عزیز هم می توانید این کار را انجام دهید.

زاویه ها

تعریف زاویه: دو نیم خط با مبدا مشترک را زاویه می گویند.

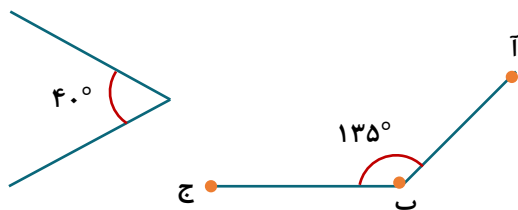
هر گاه دو نیم خط یکدیگر را در نقطه ای قطع کنند یک زاویه را تشکیل می دهند و نقطه برخورد دو نیم خط را راس زاویه می نامند.



● برای نامگذاری زاویه می توان از یک حرف یا سه حرف استفاده کرد.

● اگر از یک حرف استفاده نمودیم حرف را در راس زاویه قرار می دهیم و اگر از سه حرف استفاده کردیم حتماً حرف وسط باید در راس قرار بگیرد.

● برای اندازه گیری زاویه از نقاله استفاده می شود.



انواع زاویه:

زاویه صفر: در زاویه صفر درجه دو ضلع زاویه بر هم منطبق هستند و زاویه بین دو ضلع صفر است.



زاویه قائمه: زاویه ای که اندازه آن ۹۰ درجه باشد را زاویه قائمه

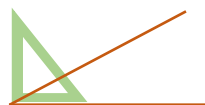
می نامند. به زاویه قائمه زاویه راست و ۹۰ درجه هم می گویند.

با گونیا می توان زاویه قائمه را تشخیص داد.



زاویه تند: زاویه ای است که اندازه آن از صفر بیشتر و از ۹۰

درجه کمتر باشد. به زاویه تند و زاویه حاده هم می گویند.





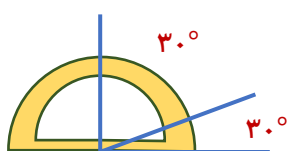
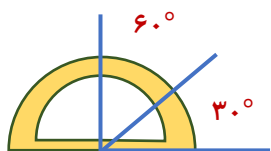
زاویه باز: زاویه ای است که اندازه آن از ۹۰ درجه بیشتر و از ۱۸۰ درجه کم تر باشد به زاویه باز زاویه منفرجه هم می گویند.



زاویه نیم صفحه: زاویه ای است که اندازه آن دو برابر زاویه ۹۰ درجه می باشد. به زاویه نیم صفحه زاویه ۱۸۰ درجه هم می گویند.



زاویه تمام صفحه: زاویه ای است که اندازه آن چهار برابر زاویه ۹۰ درجه می باشد. به زاویه تمام صفحه زاویه ۳۶۰ درجه هم می گویند. دو ضلع زاویه تمام صفحه روی هم منطبق هستند.



دو زاویه متمم: به دو زاویه که مجموع آن ها ۹۰ درجه باشد دو زاویه متمم می گویند.



دو زاویه مکمل: به دو زاویه که مجموع آن ها ۱۸۰ درجه باشد و دو زاویه مکمل می گویند.

روش پیدا کردن متمم و مکمل یک زاویه:

اگر بخواهیم متمم یک زاویه را پیدا کنیم باید آن زاویه باید از ۹۰ کم کنیم.

$$\text{پاسخ: } 90 - 35 = 55$$

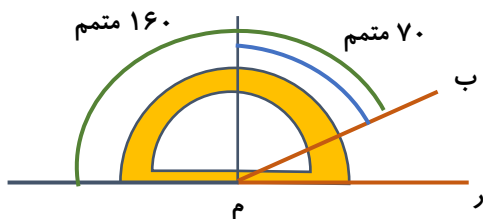
مثال: متمم زاویه ۳۵ درجه را مشخص نمایید.

پس متمم یک زاویه ۳۵ درجه ای می شود ۵۵ درجه اگر بخواهیم مکمل یک زاویه را پیدا کنیم باید آن زاویه را از ۱۸۰ کم کنیم.

$$\text{پاسخ: } 180 - 85 = 95$$

مثال: مکمل زاویه ۸۵ درجه را مشخص نمایید.

پس مکمل یک زاویه ۸۵ درجه ای می شود ۹۵ درجه



اختلاف دو زاویه متمم و مکمل:

متمم و مکمل زاویه «ب م ر» را بررسی می کنیم.

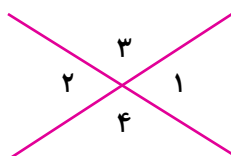
متمم: $90 - 20 = 70$ مکمل: $180 - 20 = 160$

اختلاف مکمل و متمم $160 - 70 = 90$: نتیجه: همیشه اختلاف متمم و مکمل یک زاویه برابر است با 90 درجه برای درک بهتر مثال دیگری را بررسی می نماییم. متمم و مکمل زاویه 35 درجه

متمم: $90 - 35 = 55$ مکمل: $180 - 35 = 145$ اختلاف مکمل و متمم: $145 - 55 = 90$

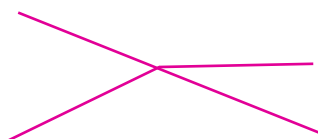
زاویه های متقابل به راس:

هرگاه دو خط یکدیگر را (به صورت شکل مقابل) قطع کنند، چهار زاویه ساخته می شود. زاویه های ۱ و ۲ متقابل به راس هستند و با هم مساوی هستند. همچنین زاویای ۳ و ۴ نیز متقابل به راس و با هم مساوی هستند

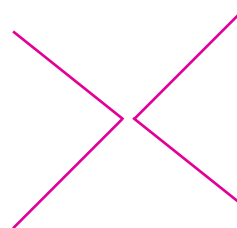


برای این که دو زاویه متقابل به راس باشند چند شرط وجود دارد:

- ۱- دو زاویه راس مشترک داشته باشند.
 - ۲- ضلع های دو زاویه در امتداد هم باشند.
- با توضیحات بالا به بررسی چند نمونه می پردازیم که شرایط متقابل به راس بودن را ندارند.



ضلع ها در امتداد هم نیستند.
ولی زاویه ها راس مشترک دارد.



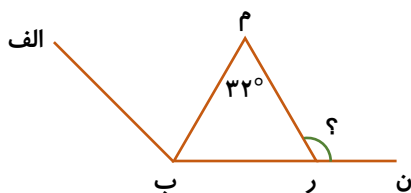
ضلع ها در امتداد هم هستند.
ولی زاویه ها راس مشترک ندارند.



نمونه سوالات

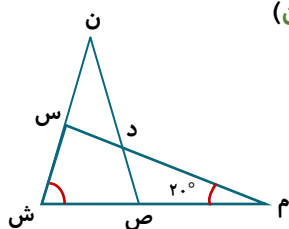


۱- در شکل زیر، اندازه ی «الف ب ن» 130° درجه است. اگر پاره خط «ب م» نیم ساز این زاویه باشد. اندازه ی زاویه «ن ر م» چند درجه است؟

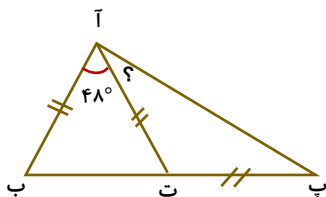


۲- مکمل متمم 35° درجه برابر است با:

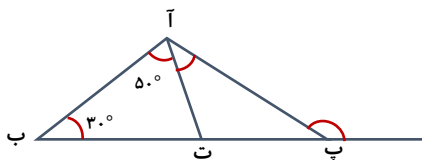
۳- در شکل زیر اندازه ی «س د ص» چند درجه است؟ (ش م = س م، ش ن = ص ن)



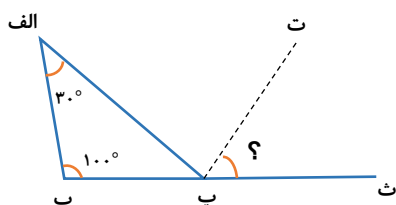
۴- در شکل زیر اندازه ی زاویه ای که با علامت سوال مشخص شده، چند درجه است؟ ($\widehat{آ ب} = \widehat{آ ت} = \widehat{ت پ}$)



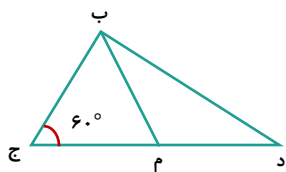
۵- اندازه ی زاویه ای که با علامت سوال مشخص شده چند درجه است؟ ($\widehat{آ ت}$ نیمساز زاویه است.)



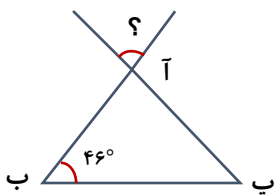
۶- در شکل زیر «پ ت» نیمساز زاویه ی «الف ب ت» است. زاویه ی «ت ب ت» چند درجه است؟



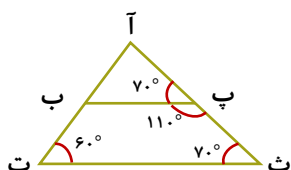
۷- در شکل زیر «د م = ج م = م ب» است. اندازه ی زاویه ی «م ب د» چقدر است؟



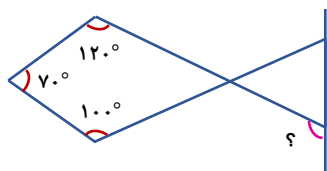
۸- اندازه ی زاویه ی خواسته شده چند درجه است؟ (مثلث آ ب ث متساوی الساقین است و آ پ = آ ب)



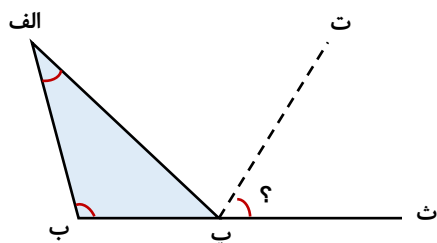
۹- در شکل زیر زاویه ی «آ» چند درجه است؟



۱۰- اندازه ی زاویه ای که با علامت سوال مشخص شده است، کدام گزینه باشد؟ (مثلث کوچک متساوی الساقین است.)



۱۱- در شکل زیر «پ ت» نیمساز زاویه ی «الف پ ث» است. زاویه ی «ت پ ث» چند درجه است؟





فصل ۶

کسر، نسبت و تناسب

نسبت تعداد یا مقدار دو چیز را به صورت های مختلفی می توان بیان کرد.

برای مثال اگر در یک ظرف ۲ سیب و ۴ پرتغال داشته باشیم. نسبت تعداد سیب ها به پرتغال ها ۲ به ۴ یا $\frac{۲}{۴}$ است.

برای بیان نسبت دو مقدار، می توان از جدول کمک گرفت. برای نمونه در مثال فوق:

تعداد سیب ها	۲
تعداد پرتغال ها	۴

هر گاه دو مقدار یا دو چیز، طوری تغییر کنند که نسبت آن ها همواره مقدار ثابتی باشد، به آن دو، مقدار های متناسب گویند.

برای مثال یک مربع با محیط مربع با هم متناسب اند، چون محیط مربع برابر حاصل ضرب ضلع مربع در چهار است. پس:

$$\frac{\text{محیط مربع}}{\text{مربع ضلع}} = ۴$$

یعنی نسبت محیط مربع به ضلع مربع همواره ۴ است.

نکته: اندازه ضلع مربع و مساحت مربع با هم متناسب نیستند.

نکته: محیط مستطیل با حاصل جمع طول و عرض آن متناسب است چون:

$$\frac{\text{محیط مستطیل}}{\text{جمع طول و عرض}} = ۲ \Rightarrow \frac{\text{محیط مستطیل}}{\text{عرض} + \text{طول}} = ۲$$

پس اگر محیط مستطیل هر میزان تغییر کند جمع طول و عرض نیز همان مقدار تغییر می کنند.

نکته: محیط دایره با شعاع دایره متناسب است چون:

$$\frac{\text{محیط دایره}}{\text{شعاع دایره}} = \frac{\text{شعاع} \times \text{عدد پی} \times ۲}{\text{شعاع}} = ۲ \times \text{عدد پی}$$

مثال: برای تهیه ی نوعی شیرینی، هر ۲ کیلوگرم شکر را با ۳ کیلوگرم آرد مخلوط می کنند. برای تهیه ی ۴۵ کیلوگرم

شیرینی، چند کیلوگرم آرد و چند کیلوگرم شکر مورد نیاز است؟

شکر	۲	
آرد	۳	
شیرینی	۲ + ۳ = ۵	۴۵

$\times ۹$

حل: با کمک جدول تناسب:

$$\text{کیلوگرم شکر} = ۲ \times ۹ = ۱۸$$

$$\text{کیلوگرم آرد} = ۳ \times ۹ = ۲۷$$

نکته: هر گاه دو کسر مساوی به صورت زیر داشته باشیم، می توانیم نتیجه بگیریم که:

$$\frac{\square}{\bigcirc} = \frac{\triangle}{\square} \Rightarrow \square \times \square = \bigcirc \times \triangle$$

مثال

$$\frac{5}{3} = \frac{10}{6} \rightarrow 5 \times 6 = 3 \times 10$$

نکته: هر گاه در یک سوال، یک فرد یا یک مقدار دارای چند نسبت متفاوت باشد، باید نسبت های آن را یکسان کرد (مضرب مشترک گرفت) و سپس در صورت نیاز نسبت ها را در جدول قرار داد.

مثال: اگر نسبت سن آرش به فرهاد ۳ به ۵ و نسبت سن فرهاد به وحید ۴ به ۷ باشد و جمع سن آن ها ۲۰۱ باشد، هر کدام را به دست بیاورید.

حل: در سوال فوق، دارای دو نسبت ۵ و ۱۴ است که کوچک ترین مضرب مشترک بین ۴ و ۵، ۲۰ می باشد.

پس:

$$\frac{\text{سن آرش}}{\text{سن فرهاد}} = \frac{3}{5} = \frac{12}{20}$$

× ۴ × ۴

$$\frac{\text{سن فرهاد}}{\text{سن وحید}} = \frac{4}{7} = \frac{20}{35}$$

× ۵ × ۵

حالا نسبت ها را در جدول تناسب قرار می دهیم:

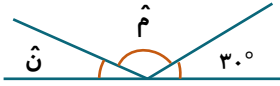
$$201 = 67 \times 3 \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{سن آرش} = 12 \times 3 = 36 \\ \text{سن فرهاد} = 20 \times 3 = 60 \\ \text{سن وحید} = 35 \times 3 = 105 \end{array} \right.$$

سن آرش	۱۲	
سن فرهاد	۲۰	
سن وحید	۳۵	
جمع سن ها	۶۷	۲۰۱

نکته: در بعضی مسائل که چند نفر یک کار معین را در مدت زمان های مختلفی مثلا در روز های مختلف یا ساعت های مختلف انجام دهند، برای این که متوجه شویم اگر این چند نفر با هم کار کنند کل کار در چه مدت زمانی به پایان می رسد، ابتدا باید کسری از کاری که هر نفر در مدت یک روز یا یک ساعت انجام می دهد را به دست بیاوریم و سپس این کسرها را باهم جمع کنیم و به کمک تناسب، جواب را بدست بیاوریم.



۱- در شکل زیر نسبت اندازه ی «م» به زاویه ی «ن» مثل ۸ به ۲ است. نصف زاویه ی «م» چند درجه است؟



۲- نسبت پول فرهاد به وحید $\frac{1}{3}$ به ۵ است. اگر آن دو روی هم ۱۷۶۰۰۰ تومان پول داشته باشند، فرهاد چند تومان پول دارد؟

۳- جای خالی را با کلمه ی مناسب پر کنید.

هرگاه دو مقدار طوری تغییر کنند که آن ها مقدار ثابتی باشد به آن دو مقدار، مقدارهای متناسب گویند.

۴- دو زاویه ی متقابل به راس متمم یکدیگر هستند، اندازه ی هر کدام چقدر است؟

۵- برای تهیه ی یک نوع دارو از دو ماده ی الف و ب به ترتیب به نسبت ۳ و ۹ استفاده می شود. اگر بخواهیم ۴۰ گرم از این دارو را تهیه کنیم، از دو ماده ی الف و ب به ترتیب چند گرم لازم است؟

۶- در یک نوع شربت، آب و شکر و گلاب به ترتیب از راست به چپ به نسبت های ۵ و ۳ و $\frac{1}{5}$ استفاده شده است. اگر جرم شکر ۲۱۰ گرم باشد، جرم کل شربت چند گرم از جرم آب بیش تر است؟

۷- در صورتی که مکمل یک زاویه سه برابر متمم آن زاویه باشد، مکمل زاویه چقدر است؟

۸- نسبت ۵ به $\frac{1}{4}$ مانند نسبت ۳۰ به است

۹- اگر برای تهیه ی ۲۰ لیتر رنگ بنفش تیره، ۱۴ لیتر رنگ آبی و ۶ لیتر رنگ قرمز را مخلوط کنیم. برای تهیه ۵ لیتر رنگ بنفش تیره به ترتیب چند لیتر رنگ آبی و رنگ قرمز را باید مخلوط کنیم؟

۱۰- آرش با $\frac{3}{5}$ پول خود، ۴ دفتر ۳۰۰ تومانی خرید. کل پول آرش چند تومان بوده است؟

۱۱-نسبت طول به عرض مستطیلی مثل $\frac{5}{6}$ به $\frac{2}{3}$ است. اگر محیط این مستطیل ۶۴۰ متر باشد، طول آن چند متر است؟

۱۲- ۴۵۰۰۰ تومان را بین سه نفر طوری تقسیم کرده ایم که نفر اول، ۲ برابر نفر دوم و نفر دوم، ۳ برابر نفر سوم پول داشته باشد، سهم نفر دوم چند تومان است؟

۱۳- در شکل زیر نسبت عرض مستطیل به مساحت آن کدام است؟



۱۴- نسبت تعداد سیب های ایلیا به اوستا ۶ به ۵ است. اگر مجموع تعداد سیب های این دو نفر ۴۴ عدد باشد، اختلاف تعداد سیب های آن ها چقدر است؟

۱۵- نسبت پول ۳ نفر، ۳، ۵ و ۸ می باشد. اگر تفاضل پول دونفری که کم ترین پول را دارند ۷۴۲۰۰ تومان باشد، مجموع پول دو نفری که بیش ترین پول را دارند چند تومان می شود؟

۱۶- در یک شربت، شهد و آب به نسبت ۲ به ۵ مخلوط می شوند.
الف) اگر ۱۴۰ پیمانه شربت داشته باشیم، چند پیمانه شهد و چند پیمانه آب داریم؟
ب) اگر ۴۵ پیمانه آب داشته باشیم، چند پیمانه شهد نیاز داریم؟ چند پیمانه شربت داریم؟

۱۷- کسری مساوی $\frac{۴}{۵}$ بنویسید که مجموع صورت و مخرج آن ۴۵ باشد.

۱۸- عدد ۳۲۴ را به دو قسمت به نسبت ۱ به ۲ تقسیم می کنیم. سپس قسمت کوچک تر را به نسبت ۳ به ۱ تقسیم می کنیم. مقدار کوچک ترین قسمت کدام است؟



درصد در بعضی مواقع برای بیان سهم یک مقدار یا یک چیز از کل، آن را به صورت درصد بیان می‌کنیم. به این صورت که کل آن چیز را ۱۰۰ می‌گیریم و به کمک تناسب مشخص می‌کنیم که آن مقدار، چقدر از ۱۰۰ را تشکیل می‌دهد.

مثال: اگر ۵۶۰۰۰ تومان پول داشته باشیم، ۳۹۲۰۰۰ تومان چند درصد کل پول است؟

مقداری از پول	۳۹۲۰۰۰	؟
کل پول	۵۶۰۰۰۰	۱۰۰

$$\frac{۳۹۲۰ // \times ۱ //}{۵۶ // //} = \frac{۳۹۲۰ \times ۱}{۵۶} = ۷۰\%$$

حل:

نکته: وقتی می‌خواهیم درصدی را حساب کنیم کافی است آن درصد را به صورت کسر با مخرج ۱۰۰ نوشته و در آن رقم ضرب کنیم.

مثال: ۲ درصد ۷۰۰۰ تومان چقدر است؟

حل: ۲ درصد به صورت کسر برابر است با، $\frac{۲}{۱۰۰}$ بنابراین: تومان $۱۴۰ = \frac{۲}{۱۰۰} \times ۷۰۰۰ = ۲$ درصد ۷۰۰۰

نکته: گاهی مواقع برای اثر دادن چند درصد متوالی روی یک چیز، لازم است درصد ها را در هم ضرب کنیم.

مثال: اگر هر سال ۱۰ درصد از جمعیت یک کشور کم شود. پس از دو سال چند درصد جمعیت اولیه کم شده است؟

حل: هر سال ۱۰ درصد جمعیت یک کشور کم می‌شود پس هر سال ۹۰ درصد باقی می‌ماند. بنابراین پس از دو سال، دو تا

۹۰ درصد یعنی $\frac{۹۰}{۱۰۰} \times \frac{۹۰}{۱۰۰} = \frac{۸۱}{۱۰۰}$ جمعیت اولیه باقی می‌ماند. چون $۱۰۰ - ۸۱ = ۱۹$ درصد جمعیت اولیه کم شده است.

نکته: وقتی به یک چیزی، درصدی اضافه می‌شود، باید ۱۰۰ درصد را با آن درصد اضافه شده، جمع کنیم.

به عنوان مثال:

فرض کنید که جمعیت یک کشور هر سال ۱۰ درصد افزایش بیابد. پس از دو سال چند درصد افزایش یافته است؟

حل: چون جمعیت کشور هر سال ۱۰ درصد افزایش می‌یابد، پس هر سال جمعیت کشور ۱۱۰ درصد جمعیت سال قبل می‌شود، طبق نکته گفته شده در مورد درصدهای متوالی، پس از گذشت ۲ سال درصد جمعیت کشور نسبت به جمعیت اولیه برابر است با:

$$\frac{۱۱۰}{۱۰۰} \times \frac{۱۱۰}{۱۰۰} = \frac{۱۲۱۰۰}{۱۰۰۰۰} = ۱۲۱\%$$

پس بعد از ۲ سال جمعیت کشور ۱۲۱ درصد جمعیت اولیه است و این یعنی $۱۲۱ - ۱۰۰ = ۲۱$ درصد افزایش داشته

ایم.

۷- اگر $\frac{1}{3}$ دانش آموزان کلاسی در مسابقات شرکت کنند، تقریباً چند درصد دانش آموزان در مسابقات شرکت نکرده اند؟

۸- تعدادی کتاب در یک کتابخانه به رنگ های آبی، زرد و سبز قرار دارند. نسبت تعداد کتاب ها به ترتیب ۲، ۳ و ۵ می باشد. مطلوب است :

الف) در صورتی که تعداد کتاب های زرد ۹ باشد، تعداد کتاب های آبی و تعداد کتاب های سبز چقدر است؟

ب) چند درصد کل کتاب ها آبی است؟

۹- علی $\frac{3}{5}$ کتابی را خوانده است:

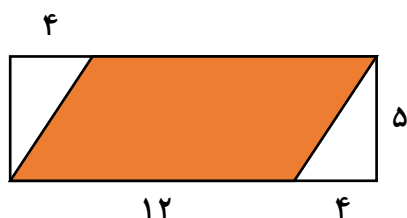
الف) علی چند درصد کتاب را خوانده است؟

ب) علی چند درصد کتاب را نخوانده است؟

۱۰- قد دانش آموزان یک کلاس به ترتیب زیر می باشد، چند درصد از دانش آموزان این کلاس دارای قد بین ۱۶۰ تا ۱۷۶ سانتی متر می باشد؟

۱۵۰ - ۱۵۰ سانتی متر	۱۰ نفر
۱۶۹ - ۱۶۰ سانتی متر	۲ نفر
۱۷۴ - ۱۷۰ سانتی متر	۸ نفر
۱۷۹ - ۱۷۵ سانتی متر	۱۴ نفر
۱۸۹ - ۱۸۰ سانتی متر	۶ نفر

۱۱- چند درصد مساحت مستطیل مقابل رنگ نشده است؟



۱۲- ۱۰٪ جمعیت یک شهر را کودکان تشکیل می دهند. اگر در حال حاضر جمعیت شهر ۳۰۰۰۰۰ نفر باشد، تعداد کودکان این شهر چند نفر است؟

۱۳- چند درصد اعداد از ۱ تا ۱۰ بر ۲ بخش پذیرند؟

۱۴- ۷۵ درصد از یک نان را بین ۴ نفر تقسیم به طور مساوی تقسیم کرده ایم. سهم هر یک چه قدر از یک نان اتس؟

۱۵- کتابخانه ای ۴۰۰ نفر عضو داشت. ۴۰٪ اعضا، پسر هستند. پس از مدتی فقط ۱۰۰ پسر دیگر، عضو این کتابخانه شدند. در حال حاضر چند درصد اعضا دختر هستند؟



در سود یک مقدار مشخص به قسمت اولیه اضافه (بر اساس درصد) می شود و با قیمت بالاتری به فروش می رسد. در مالیات بر ارزش افزوده نیز به قسمت اولیه اضافه می شود. به برخی کالاها مالیات تعلق می گیرد و فروشندگان مقدار مالیات را به قیمت کالا اضافه کرده و از مشتریان دریافت می کنند این قیمت اضافه شده را مالیات بر ارزش افزوده می گویند که به خزانه دولت واریز می گردد. به مثال زیر توجه کن.

شیدا یک وسیله ی ۱۶۸۰۰۰ تومانی را با ۳۰٪ سود به مشتری می فروشد. مشتری چه قدر بابت این کالا پرداخت می کند؟

این مسئله را می توان به دو شکل حل کرد.

الف) روش اول

$$۵۰۴۰۰ + ۱۶۸۰۰۰ = ۲۱۸۴۰۰$$

قیمتی که مشتری باید پرداخت کند.

مقدار سود	۳۰	؟
کل قیمت	۱۰۰	۱۶۸۰۰۰

Diagram showing the calculation of profit: ۳۰ is ۳۰% of ۱۶۸۰۰۰, resulting in ۵۰۴۰۰. The total price is ۱۶۸۰۰۰ + ۵۰۴۰۰ = ۲۱۸۴۰۰.

ب) روش دوم

مقدار سود	۳۰	؟
قیمت کالا	۱۰۰	۱۶۸۰۰۰
کل قیمت	۱۳۰	

Diagram showing the calculation of profit: ۳۰ is ۳۰% of ۱۶۸۰۰۰, resulting in ۵۰۴۰۰. The total price is ۱۶۸۰۰۰ + ۵۰۴۰۰ = ۲۱۸۴۰۰.

تخفیف چیست؟ تخفیف برداشت مشخص از قیمت اولیه کالا و پرداخت باقی مانده ی آن به فروشنده. به مثال زیر دقت کن.

اگر شیدا همان کالایی که قیمت آن ۱۶۸۰۰۰ تومان باشد را با ۳۰٪ تخفیف به مشتری بفروشد قیمت پرداخت آن چقدر است.

الف) روش اول

$$۱۶۸۰۰۰ + ۵۰۴۰۰ = ۱۱۷۶۰۰$$

قیمتی که مشتری باید پرداخت کند.

مقدار سود	۳۰	؟
کل قیمت	۱۰۰	۱۶۸۰۰۰

Diagram showing the calculation of profit: ۳۰ is ۳۰% of ۱۶۸۰۰۰, resulting in ۵۰۴۰۰. The total price is ۱۶۸۰۰۰ + ۵۰۴۰۰ = ۱۱۷۶۰۰.

ب) روش دوم

مقدار سود	۳۰	؟
قیمت کالا	۱۰۰	۱۶۸۰۰۰
کل قیمت	۷۰	

Diagram showing the calculation of profit: ۳۰ is ۳۰% of ۱۶۸۰۰۰, resulting in ۵۰۴۰۰. The total price is ۱۶۸۰۰۰ + ۵۰۴۰۰ = ۱۱۷۶۰۰.

▼ قیمت یک توپ ورزشی ۲۵۰۰۰ تومان است. اگر این توپ را با ۲۰ درصد تخفیف بخریم چند تومان باید به فروشنده بپردازیم؟

▼ قیمت یک کالا ۱۲۰۰۰ تومان است. اگر ۵٪ مالیات بر ارزش افزوده بپردازیم قیمت خرید چقدر است؟

▼ یک جفت کفش ۱۵۰۰۰۰ تومانی را بعد از ۵٪ مالیات بر ارزش افزوده چقدر فروخته می شود؟

▼ پیراهنی با ۸ درصد تخفیف به قیمت ۴۶۰۰ تومان خریدار شده قیمت این پیراهن قبل از تخفیف چند تومان بوده است؟

▼ در جدول روبرو یک عدد کسری، یک عدد اعشاری و یک عدد به صورت درصد با هم مساوی هستند، آن ها را پیدا کن و رنگ کن.

$\frac{5}{9}$	$\frac{8}{100}$	۸۰٪
۰/۵۶	۰/۸	۰/۴۵
$\frac{4}{5}$	۸٪	۴۵٪



نمونه سوالات

۱- اگر در اثر تورم قیمت هر کالا در هر سال، به میزان ۱۲٪ نسبت به سال قبل گران تر شود، قیمت یک کالای ۵۰۰۰ تومانی در سال بعد، چند تومان خواهد بود؟

۲- در یک فروشگاه به مبلغ فاکتور، ۸ درصد مالیات می شود. اگر مبلغ فاکتور ۶۸۰۰۰ تومان باشد، چند تومان مالیات به فاکتور اضافه شود؟

۳- قیمت کالایی با ۲۰٪ تخفیف ۲۴۰ تومان است. قیمت اولیه کالا با ۱۰٪ سود چند تومان است؟

۴- قیمت یک دفتر ۲۵۰۰ تومان است. اگر به قیمت آن ۸ درصد مالیات اضافه شود، چند تومان باید بپردازیم؟

۵- یک بانک، هر سال ۱۰ درصد سود به سپرده داران خود می دهد. اگر شخص مبلغ ۱۲۰۰۰ تومان را در حساب خود بگذارد، پس از ۲ سال، بدون آنکه مبلغی از حساب خود برداشت کند، پول او چقدر می شود؟

۶- قیمت کالایی با ۳۰ درصد سود نسبت به قیمت خرید ۲۶۰۰ تومان است. قیمت این کالا با ۳۰ درصد تخفیف نسبت به قیمت خرید چند تومان است؟

۷- قیمت با ۲۰٪ سود، ۷۲۰۰ تومان اعلام شد. قیمت اولیه ی کالا چند تومان بوده است؟

۸- قیمت کالایی با ۲۰٪ سود، تخفیف ۲۰۰۰۰ تومان است. قیمت همین کالا با ۳۰٪ تخفیف چند تومان می باشد؟

۹- فروشنده ای ۲۰٪ به قیمت اجناس خود افزوده است. اگر او یک کالا را ۱۵۰۰۰۰ تومان بفروشد، آن گاه سود فروشنده از فروش این کالا چند تومان است؟

۱۰- یک جنس با ۲۰ درصد تخفیف ۴۰ هزار تومان خریداری شده است. قیمت این جنس با ۲۵ درصد نخفیف چند تومان است؟



درصد در آمار و احتمال

علم آمار، علم جمع آوری اطلاعات عددی، سازماندهی و بررسی آن هاست. اطلاعات جمع آوری شده در یک مسئله آماری را داده های آماری می گویند. جدولی که داده های آماری را در آن قرار می دهیم جدول داده های آماری نامیده می شود. در آمار و احتمال از نمودار های گوناگونی استفاده می شود که در زیر به چند مورد اشاره شده است. به مثال های زیر دقت کن.

رنگ	تعداد	درصد
قرمز	۲۰	۲۰٪
سبز	۲۰	۲۰٪
زرد	۱۰	۱۰٪
سرمه ای	۵۰	۵۱٪

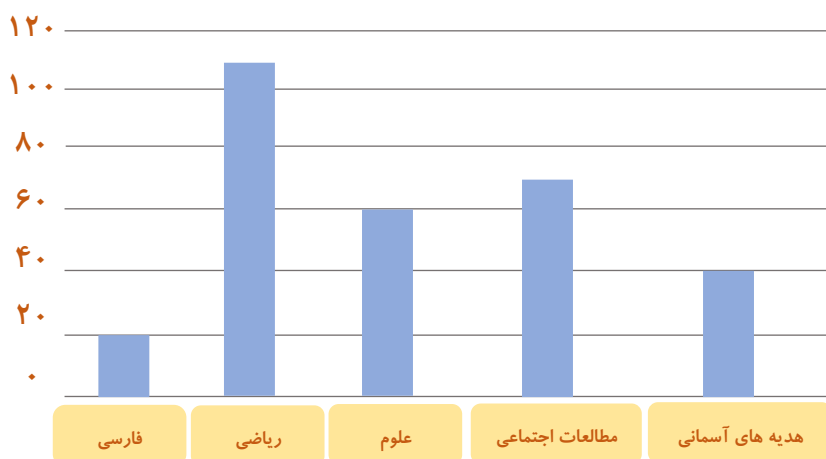


نمودار دایره ای جدول داده های زیر را رسم کن.

۱- کدام رنگ بیشتر است؟

۲- کدام رنگ کمتر است؟

۳- کدام رنگ از سبز بیشتر است؟



نام درس	نفرت شرکت کننده
ریاضی	۱۱۰
علوم	۶۰
فارسی	۷۰
هدیه	۴۰

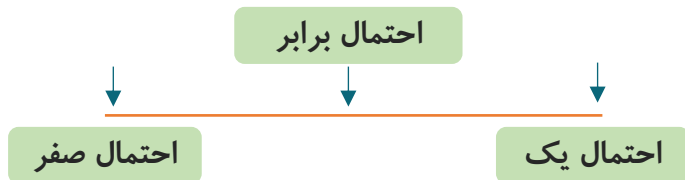
به نمودار میله ای زیر توجه کن.

کاربرد درصد در آمار و احتمال

احتمال: برای هر پیشامد امکان وقوع حالت های مختلفی وجود دارد. میزان امکان پیشامد یک اتفاق را احتمال می گویند. در جدول زیر احتمال رخ دادن هر اتفاق را به طور تقریبی با ✓ نشان داده شده است.

در پرتاب یک تاس	احتمال بیشتر از نصف	احتمال برابر با نصف	احتمال کمتر از نصف
عدد ۵ بیاید			✓
عدد ۳ نیاید	✓		
مضرب های ۲ بیاید		✓	
عدد فرد بیاید		✓	
عدد کمتر از ۳ بیاید			✓

بعضی از پیشامدها به احتمال زیاد اتفاق می افتد ولی احتمال وقوع بعضی از آن ها کم است. در ریاضیات احتمال را با یک کسر کوچک تر از (۱) بیان می کنیم یعنی اگر پیشامدی قطعا اتفاق بیافتد آن را با عدد ۱ و اگر امکان نداشته باشد که اتفاق بیافتد آن را با عدد صفر نشان دهیم.



برای مثال:

- اگر امروز شنبه باشد.

فردا حتما یکشنبه است. (احتمال ۱)

دو روز بعد جمعه است. (احتمال صفر)

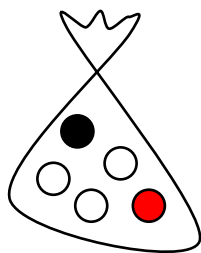
- اگر یک سکه را به هوا پرتاب کنیم احتمال اینکه سکه رو بیاید یا پشت برابر است. (احتمال برابر)

- الف) احتمال اینکه در تابستان باران بیارد خیلی کم است. (احتمال برابر)

- ب) احتمال اینکه در پاییز باران بیارد خیلی زیاد است. (نزدیک به یک)



پاسخ تمرین زیر را بنویس.



در این کیسه سه توپ سفید، یک توپ سیاه و یک توپ قرمز وجود دارد.

اگر یک توپ بیرون بکشیم احتمال اینکه قرمز باشد چند درصد است؟

احتمال اینکه توپ بیرون آمده قرمز نباشد چند درصد است؟

احتمال اینکه توپ بیرون آمده سیاه یا سفید باشد چند درصد است؟

در کتاب های درسی دیگر خود یا در روزنامه ها و مجله ها جست و جو کن و نمودارهای آماری را پیدا کن. تصاویر را در

این جا بچسبان و بنویس از مشاهده ی این نمودار چه چیزی فهمیده ای ؟



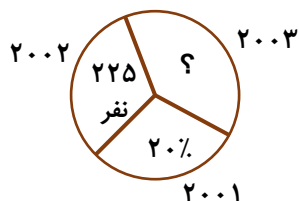
اگر عقربه ی چرخنده را بچرخانیم، پس از توقف به احتمال بیشتر روی کدام رنگ می افتد؟ چرا؟

احتمال قرار گرفتن روی کدام رنگ ها مساوی است؟ چرا؟

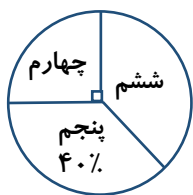


نمونه سوالات

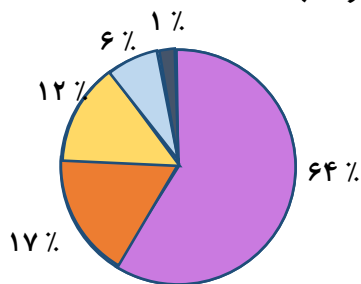
- ۱- نمودار دایره ای مقابل، آمار ۵۰۰ ورزشکار قهرمان تنیس را در کشور آفریقای جنوبی در طول ۳ سال نشان می دهد. سال ۲۰۰۳ چند درصد کل تعداد قهرمان های تنیس را در طول سه سال به خود اختصاص داده است؟



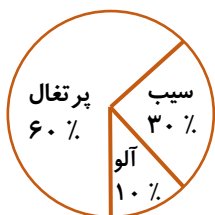
- ۲- اگر جمعیت یک مدرسه متشکل از کلاس چهارم، پنجم و ششم، ۳۰۰ نفر باشد، با توجه به نمودار دایره ای زیر جمعیت دانش آموزان کلاس ششم چند نفر است؟



- ۳- نمودار زیر مربوط به جمعیت جهان در ۵۰ سال پیش است. اگر در طی این ۵۰ سال ۲۵ درصد از جمعیت قاره ی آسیا به اروپا سفر کرده باشند و هیچ جا به جایی دیگری نداشته باشیم، هم اکنون چند درصد جمعیت جهان را قاره ی اروپا تشکیل می دهد؟ (با فرض اینکه هیچ مرگ و میر و هیچ تولدی در این ۵۰ سال صورت نگرفته باشد).



- ۴- اگر کشاورزی در هر سال مقدار ۵۰ کیلو میوه برداشت کند و مقدار هر میوه بر حسب درصد، مطابق نمودار زیر باشد، او در هر سال چند کیلو پرتغال برداشت می کند؟

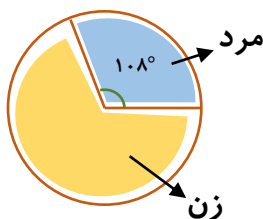


- ۵- یک تاس را ۱۲۰۰ بار انداخته ایم. نتیجه ی آزمایش در جدول زیر دیده می شود. مجموع درصدهای مشاهده به اعداد زوج کدام است؟

عدد تاس	۱	۲	۳	۴	۵	۶

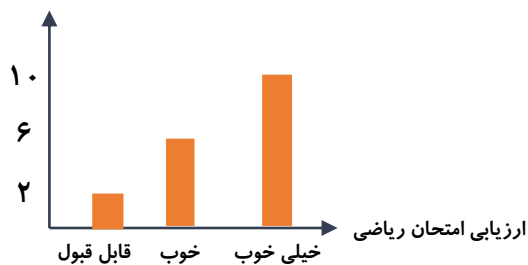
۶- جمعیت یک ۴۰۰۰۰ نفر است. اگر پایان هر سال ۴ درصد به جمعیت این شهر افزوده شود، پس از گذشت دو سال جمعیت این شهر در پایان سال دوم چند نفر خواهد بود؟

۷- نمودار دایره ای زیر، جمعیت یک سالن را نشان می دهد، اگر ۴۵ نفر از جمعیت این سالن مرد باشند، جمعیت کل سالن چند نفر است؟

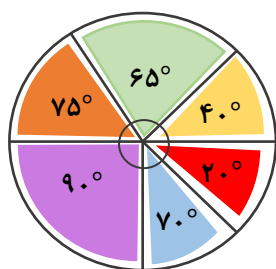


۸- در یک کلاس که ۲۰ دانش آموز دارد. نتایج امتحان ریاضی نوبت اول به صورت زیر است. با توجه به نمودار، چند درصد دانش آموزان در این آزمون غایب بودند؟

تعداد دانش آموزان



۹- در یک جعبه تعدادی گوی داریم. اگر مجموع کل آن ها ۱۶۰۰ عدد باشد، با توجه به نمودار دایره ای روبرو چند عدد از گوی ها نه آبی هستند و نه سبز؟



۱۰- در یک کیسه ۳۰ مهره قرمز، سیاه و سفید وجود دارد. اگر احتمال بیرون آمدن یک مهره ی قرمز $\frac{1}{5}$ باشد، چند درصد مهره ها سفید یا سیاه است؟



فصل ۷

تقریب

تقریب

گاهی برای ساده تر کردن یک عدد از تقریب استفاده می کنیم.

تقریب به دو صورت است:

۱- تقریب به دو روش قطع کردن: در این روش به جای تمامی اعداد بعد از رقم تقریب صفر می گذاریم.

۲- تقریب به روش گرد کردن: در این روش اگر رقم بعد از رقم تقریب، ۵ یا بزرگ تر از ۵ بود به رقم تقریب یکی اضافه کرده و تمام ارقام بعد از آن را صفر می گذاریم اما اگر این رقم کوچک تر از ۵ بود تنها تمامی ارقام بعد از رقم تقریب را صفر می گذاریم.

مثال:

۱۴۵۱۲ $\longrightarrow$ ۱۴۰۰۰

۱۴۵۱۲ $\longrightarrow$ ۱۵۰۰۰

اندازه گیری و محاسبات تقریبی

نکته ۱: برای اندازه گیری هر مقدار از تقریب خاصی استفاده می کنیم برای مثال برای اندازه گیری جرم یک انسان از تقریب کمتر از ۱ کیلوگرم استفاده می کنیم.

نکته ۲: برای محاسبه یک عبارت دارای عملیات ریاضی ابتدا داخل پرانتز را محاسبه می کنیم سپس از سمت چپ به راست تقسیم و ضرب را محاسبه کرده و در انتها جمع و تفریق را محاسبه می کنیم.

نمونه سوالات



۱- مقدار تقریبی عدد ۸۳۹۵۵۲۰۱ به روش گرد کردن با تقریب کم تر از ۱۰۰۰۰ کدام است؟

۲- بزرگ ترین عدد ۴ رقمی که با تقریب کم تر از ۱۰۰ به روش قطع کردن، ۵۰۰۰ می شود، کدام است؟

۳- عدد ۱۳۵۵۵ را یک بار با تقریب کم تر از ۱۰۰ قطع و بار دیگر با تقریب کم تر از ۱۰ گرد کنید. اختلاف دو عدد به دست آمده کدام است؟

۴- کسر $\frac{5}{7}$ را با تقریب کم تر از ۰/۰۱ گرد می کنیم، حاصل کدام است؟

۵- عددی را با تقریب کم تر از یک گرد کرده ایم و عدد ۳۵۴ به دست آمده است. اختلاف بزرگ ترین عدد ممکن با دو رقم اعشار و کوچک ترین عدد ممکن را با یک رقم اعشار کدام است؟

۶- مقدار تقریبی عدد ۲۳۱/۴۵۱ را با تقریب کم تر از ۰/۱ :
الف) به روش قطع کردن حساب کنید.

ب) به روش گرد کردن حساب کنید.

۷- در هر مورد اختلاف مقدار تقریب زده شده عدد داده شده را با دو روش قطع کردن و گرد کردن به دست آورید.
الف) عدد ۳۶/۴۵۷ با تقریب کم تر از ۰/۰۱

ب) ۷۸۵۲۱۱ با تقریب کم تر از ۱۰۰۰

پ) ۵۶۴/۷۸ با تقریب کم تر از ۱۰

۸- جملات زیر را با درست یا نادرست معلوم نمایید.

الف) نسبت طول ضلع هر مربع به محیط آن $\frac{1}{4}$ است. (.....)

ب) نسبت اندازه ی محیط مربعی به ضلع ۱ سانتی متر به اندازه ی مساحت آن $\frac{1}{4}$ است. (.....)

ج) در تقریب اعداد به روش گرد کردن اگر فاصله ی عدد از دو طرف برابر باشد، آن را به عدد پایین گرد می کنیم. (.....)

د) در تقریب اعداد به روش قطع کردن، رقم های سمت راست رقم مورد تقریب را با صفر جایگزین می کنیم. (.....)



نمونه سوالات



۱- مطهره در امتحانات نمرات زیر را کسب کرده میانگین نمرات آن را به دست آورید؛

۲۰، ۱۶، ۱۴/۲۵، ۱۹/۷۵، ۱۷/۷۵، ۱۸/۲۵، ۲۰

۲- اختلاف حاصل عبارت زیر اگر همه اعداد را با تقریب کم تر ۰/۱ گرد کنیم و سپس عملیات را انجام دهیم با وقتی که حاصل عبارت را به دست آوریم و سپس با تقریب کم تر از ۰/۱ قطع کنیم، کدام است؟

$$۱۴/۲۵ - (۲/۳۴ \times (۳/۴ \div ۱/۷))$$

۳- شعاع دایره ای ۶ سانتی متر است. مساحت دایره با تقریب کم تر از یک چند سانتی متر مربع است؟ (عدد پی = ۳/۱۴)

۴- چند تا از جمله های زیر صحیح است؟

الف) در عدد ۳/۴۱۲ وقتی عدد را یک بار با تقریب کم تر از ۰/۱ و یک بار با تقریب کم تر از ۰/۰۱ گرد می کنیم، عدد تقریبی با تقریب کم تر ۰/۰۱ به عدد واقعی نزدیک تر است.

ب) برای اندازه گیری جرم طلا از ترازویی با دقت ۱۰۰ گرم استفاده می کنیم.

پ) وقتی از متر خیاطی که فقط سانتی متر دارد، استفاده می کنیم، دقت اندازه گیری ۰/۰۱ متر است.

۵- حاصل عبارت $(۱۲ \div ۳) + (۰/۸ + ۰/۹) - (۲ + ۰/۸ + ۰/۹) + ۴$ ، با تقریب کم تر از ۰/۱ با روش گردن کردن کدام است؟

۶- اگر پاسخ عبارت زیر را با تقریب کم تر از ۱۰۰ گرد کنیم، چه عددی به دست می آید؟

$$(۱۲/۳۶ \times ۱۰۰۰) - (۲۰ \div ۱۰) \times ۵۰۰۰$$

۷- اختلاف قطع شده و گرد شده ی حاصل عبارت زیر، با تقریب کم تر از ۰/۰۱ کدام است؟

۸- گرد شده ی عبارت $\frac{\frac{7}{4}}{1+\frac{1}{2-\frac{3}{5}}}$ با تقریب ۰/۰۱ کدام است؟

۹- دو عدد ۰/۱۷۵ و ۰/۲۴ را در نظر بگیرید. حاصل جمع دو عدد را به دست آورده و سپس جواب را با تقریب کم تر از ۰/۱ به روش گرد کردن به دست آورید. پاسخ کدام گزینه می باشد؟

۱۰- حاصل عبارت رو به رو با روش قطع کردن با تقریب کم تر از ۱ چقدر است؟

$$2 + 0.1 \times (2/5 + 6/0.1)$$

۱۱- اختلاف گرد شده ی اعداد $\frac{9}{17}$ و $\frac{9}{7}$ با تقریب کم تر از ۰/۰۱ ، کدام گزینه است؟

۱۲- اگر حاصل عبارت زیر را با تقریب کم از ۰/۱ گرد کنیم، خطای تقریب چه قدر خواهد بود؟

$$0.648 \div 2 \times (10/0.07 - 0/0.07)$$

۱۳- گرد شده ی حاصل عبارت زیر را با تقریب کم تر ۰/۱ ، چه عدی است؟ (حاصل را به دست آورید، سپس گرد کنید).

$$۵/۲ - (۰/۱۴ + ۱/۷) = \square$$

۱۴- با رعایت ترتیب انجام عملیات، حاصل عبارت زیر، کدام است؟

$$۱۳/۴ - ۳/۲ \times ۴ + ۳ \times (۲/۴ + ۰/۶) = ?$$

۱۵- اگر حاصل عبارت زیر را با تقریب کم تر از ۰/۱ گرد کنیم، خطای تقریب چه قدر خواهد بود؟

$$۰/۶۴۸ \div ۲ \times (۱۰/۰۰۷ - ۰/۰۰۷) =$$

۱۶- در جای مشخص شده با علامت ؟ چه عددی باید قرار گیرد؟

